Chapitre 13 - Céramiques

EXERCICE 13-3

a) Résistance à la compression des céramiques

Calcul de la résistance en compression : par définition, $R_{mC} = F_R / S_0$, où F_R est la force à la rupture et S_0 la section de l'éprouvette

Calcul du module d'Young : par définition, $E = \sigma/\varepsilon$, où ε est la déformation élastique correspondant à la contrainte σ qui, ici peut être prise à égale à R_{mC} puisque les céramiques sont fragiles et ont un comportement élastique jusqu'à leur rupture.

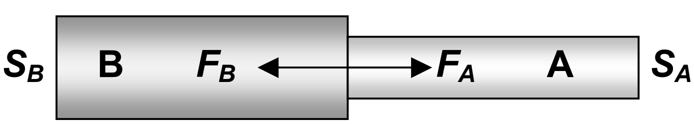
Calcul de la déformation : par définition, la déformation à la rupture $\varepsilon_f = \dfrac{h_0 - h}{h_0}$, où h_0 et h sont respectivement la hauteur initiale et la hauteur finale de l'éprouvette de compression.

On obtient ainsi les résultats suivants :

Matériau	$R_{mC} = F_R / S_0$ (MPa)	$\varepsilon_f = \dfrac{h_0 - h}{h_0}$	$E = R_{mC}/\varepsilon$ (GPa)
A : Alumine	**2100**	7×10^{-3}	**300**
B : Porcelaine	**1000**	$7{,}5 \times 10^{-3}$	**133**

Note : la déformation ε_f est ici une déformation en compression.

b) Barreau qui se rompt au cours d'un brusque échauffement



Pour une brusque élévation de température, les pièces **A** et **B**, qui ne peuvent se dilater, sont soumises à un effort de compression. À l'interface **A**/**B** entre les pièces, il y a équilibre des forces $\mathbf{F_A}$ et $\mathbf{F_B}$.

La contrainte générée dans chacune des pièces est égale à :

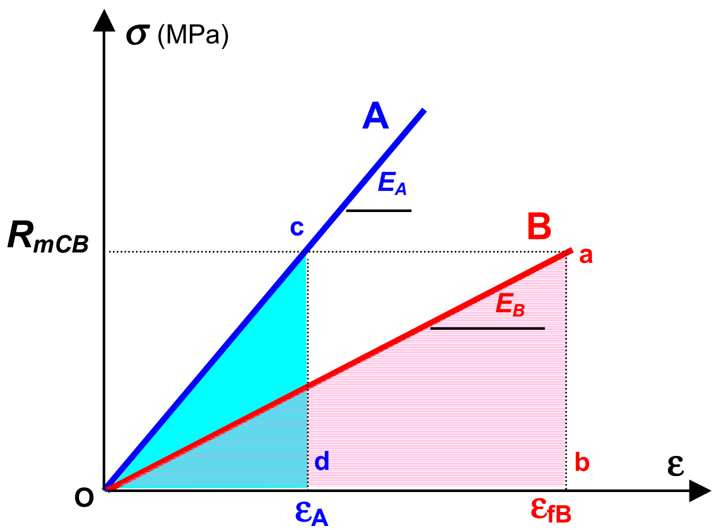
$$\sigma_A = F_A/S_A$$

$$\sigma_B = F_B/S_B = 2F_A/S_A = 2\sigma_A$$

car $$S_A = \tfrac{1}{2}S_B$$

La contrainte dans la matériau **A** (alumine) est 2 fois plus élevée que celle dans le matériau B (porcelaine). Toutefois, comme la résistance R_{mc} du matériau **A** (alumine) est 2,1 fois plus élevée que celle du matériau **B** (porcelaine), c'est donc **la porcelaine (B) qui se rompt en premier au cours d'un choc thermique**.

c) Augmentation maximale tolérable de température



Si l'on schématise les courbes de compression des deux matériaux (voir figure ci-contre), on note que la rupture se produit quand la contrainte atteint la valeur de la résistance en compression R_{mCB} de la porcelaine (matériau B).

La déformation totale en compression des deux barreaux est égale à la somme des déformations en compression de chacun :

$$\varepsilon_t = -(\varepsilon_A + \varepsilon_{fB}) \quad (1)$$

Le signe – (moins) est ici utilisé pour noter que les déformations sont en compression.

En appliquant la loi de Hooke à chaque matériau, on obtient :

$$\varepsilon_t = -R_{mCB}\left(\frac{1}{E_A} + \frac{1}{E_B}\right) \quad (2)$$

Si les barreaux étaient libres de se dilater, l'allongement relatif thermique de l'ensemble serait égal à la somme de leur allongement relatif thermique individuel, ce qui s'écrit :

$$\varepsilon_{tht} = \varepsilon_{thA} + \varepsilon_{thB} \quad (3)$$

En appliquant la définition de la dilatation thermique, l'équation (3) s'écrit :

$$\varepsilon_{tht} = (\alpha_A + \alpha_B)\Delta\theta \quad (4)$$

Puisque la distance entre les barreaux ne varie pas, la somme de la déformation totale ε_t en compression et de la dilatation thermique totale ε_{tht} est nulle, c'est à dire que l'on peut écrire :

$$\varepsilon_{tht} + \varepsilon_t = 0 \quad (5)$$

En utilisant les équations (2) et (4) et après réarrangement, on obtient ainsi la valeur $\Delta\theta$ de l'augmentation maximale de température :

$$\Delta\theta = \frac{R_{mCB}}{(\alpha_A + \alpha_B)}\left(\frac{1}{E_A} + \frac{1}{E_B}\right) \quad (6)$$

Avec les valeurs numériques données ou trouvées, on obtient la valeur numérique de $\Delta\theta$:

$$\boxed{\Delta\theta = 943{,}7\ °C}$$

d) Énergie totale emmagasinée dans les barreaux à la rupture

La figure ci-dessus permet de constater que l'énergie emmagasinée $\mathbf{W}$ (par unité de volume) par chacun des matériaux est égale à l'aire des triangles **Oab** et **Ocd** respectivement. L'énergie emmagasinée $\mathbf{w}$ dans un barreau est donc égale à cette énergie $\mathbf{W}$ par unité de volume multipliée par le volume $\mathbf{V}$ du barreau. On peut donc écrire :

$$w_A = \left(\frac{R_{mcB}\varepsilon_A}{2}\right)V_A = \frac{R_{mCB}^2}{2E_A}\left(S_A l_A\right) \qquad (7)$$

$$w_B = \left(\frac{R_{mcB}\varepsilon_{fB}}{2}\right)V_B = \frac{R_{mCB}^2}{2E_B}\left(S_B l_B\right) \qquad (8)$$

La longueur de chaque barreau étant égale à $\boldsymbol{l}$, l'énergie élastique totale $\mathbf{w_t}$ accumulée dans les barreaux à l'instant de la rupture du barreau **B** est donc égale à la somme de ces deux énergies $\mathbf{w_A}$ et $\mathbf{w_B}$:

$$w_t = w_A + w_B = \frac{lR_{mCB}^2}{2}\left(\frac{S_A}{E_A} + \frac{S_B}{E_B}\right) \qquad (9)$$

Avec les données numériques, on obtient ainsi l'énergie totale élastique $\mathbf{w_t}$:

$$\boxed{\mathbf{w_t = 42{,}5\ J}}$$