Chapitre 4 – Matériaux sous contrainte

EXERCICE 4-18

a) Épaisseur finale de la tôle après laminage

Au cours d'un laminage, la largeur de la tôle ou du lingot passant dans le laminoir ne varie pas, seules changent sa longueur et son épaisseur. La réduction de section **R** est définie par la relation suivante :

$$R(\%) = \frac{S_0 - S_f}{S_0} x100 = \frac{e_0 - e_f}{e_0} x100 \qquad (1)$$

D'après cette relation, on en déduit donc l'épaisseur finale e_f après une réduction R :

$$e_f = e_0(1 - R) = 5(1 - 0{,}4)\,\text{cm} = 3\,\text{cm}$$

$$\boxed{e_f = 3\text{ cm}}$$

b) Augmentation ΔW d'énergie interne après laminage

L'énergie **T** associée à une unité de longueur de dislocation est égale à $\mathbf{Gb^2}$, où **G** est le module de Coulomb du matériau et **b** le vecteur de Burgers des dislocations dans ce matériau (éq. 4-19 du livre « *Des Matériaux* »). Dans un métal comme le cuivre, le module du vecteur de Burgers d'une dislocation est égal à la distance interatomique. Puisque le cuivre a un réseau CFC, la distance interatomique est la distance entre les atomes des directions de plus grande densité atomique, qui sont les diagonales des faces du cube (directions <110>). Pour le cuivre, le module du vecteur de Burgers est donc égal à :

$$|b| = a\sqrt{2}/2 = 0{,}3615\sqrt{2}/2\text{ nm} = 0{,}2556\text{ nm} = 0{,}2556x10^{-9}\text{ m} \qquad (2)$$

L'énergie interne w (par unité de volume) associée à une densité Λ de dislocations est égale à :

$$w = \Lambda T = \Lambda G b^2 \qquad (3)$$

La variation d'énergie Δw (par unité de volume) entre l'état initial recristallisé et l'état final laminé est égale à :

$$\Delta w = (\Lambda_f - \Lambda_0)Gb^2 \approx \Lambda_f G b^2 \qquad (4)$$

car la densité finale Λ_f (10^{13} cm/cm^3) de dislocations est bien supérieure à la densité initiale Λ_0 (= 10^7 cm/cm^3).

Puisque le volume de métal ne varie pas au cours du laminage, la variation d'énergie ΔW de la tôle (de volume $V = L_0 l_0 e_0$), entre son état initial recristallisé et son état final laminé, est donc égale à :

$$\Delta W \approx V\Lambda_f G b^2 = (L_0 l_0 e_o)\Lambda_f G b^2 \qquad (4)$$

Avec les valeurs numériques associées aux diverses grandeurs de l'équation 4, on obtient :

$$\Delta W = (10x1x0{,}05\text{ m}^3)(10^{17}\text{ m/m}^3)(49x10^9\text{ N/m}^2)[(0{,}2556x10^{-9}\text{ m})^2] = 1{,}601 \times 10^8\text{ J/m}^3$$

$$\boxed{\Delta W = 1{,}601 \times 10^5\text{ kJ}}$$

c) Hauteur pour communiquer l'énergie ΔW à la tôle recristallisée

L'énergie potentielle $\mathbf{W_p}$ doit être égale à $\Delta \mathbf{W}$:

$$\Delta W = W_p = m\gamma\Delta h = \rho V\gamma\Delta h \qquad (5)$$

On en déduit ainsi la variation de hauteur $\mathbf{\Delta h}$ pour communiquer à la tôle recristallisée une énergie potentielle égale à celle due aux dislocations créées pendant le laminage :

$$\Delta h = \frac{\Delta W}{\rho V\gamma} = \frac{1{,}601\text{x}10^8 \text{ J}}{(8960 \text{ kg/m}^3)(0{,}5 \text{ m}^5)(9{,}8 \text{ m/s}^2)} = \mathbf{3\ 647\ m}$$

$$\boxed{\mathbf{h = 3\ 647\ m}}$$

